

電子は質点か場か

宮沢弘成 (神奈川大学総合理学研究所 259-1293 平塚市土屋 2946 email: miyazawa@info.kanagawa-u.ac.jp)

1 はじめに

大学物理学の講義のなかで量子力学は極めて重要な科目である。その講義を40年ほど担当してきた者として感じることを述べたい。主張したいことは、これまで一般的だった教え方は不適當であり、電子を波動場として教えるべきである、ということである。この主張を理路整然とではなく随筆で、かつ独断と偏見をもって書いてみる。識者のご意見をいただきたい。

2 量子力学は難しいか

量子力学は深遠な難しい理論と言うことになっている。50年前の学生の頃を思い出してみると、東大物理に量子力学という必修の講義はなかった。選択で量子論というのがあったが結局履修しなかった。そのかわり、Diracの「量子力学」がよいと聞き込んで一生懸命に読んだものだ。重畳原理とかオブザーバブルとか有り難そうなことが書いてあるのだが、何のこともよくわからなかった。今どきの学生がDiracを読むとは思えないが、入門書として推薦できないことは確かである。わからないところは飛ばして読んでいるうちになんとか量子力学が使えるようになり、一人前になれたのは幸いであった。理論物理をやるには、徹底的に理解しようとせず、歩きながら考えるという態度、あるいはそのうち何とかなるだろうと言うずぼらな心構えが必要のようである。

そのうちに量子力学の講義をやることになった。わからないなどと言ってられない。わからないことを教えることは出来ない。そこで改めて量子力学を、正確に言えば電子の物理学を考え直してまとめてみると、決して難しくはないのである。世間の一部では難しいものと決め込んでいるように見える。又聞きであるがFeynmanが、「量子力学を本当にわかっている人はいない」と言ったそうである。もちろん彼流の戯れ言であるから、同じレベルで発言すれば、「Feynmanさん、量力はそんなに難しくありません。少なくとも私はわかっています」となる。Feynmanを含む多くの先輩達が、悩み苦しんだあげくの果てに量子力学に到達したのは事実である。それを結果を知っているものが、もっと簡単に出来ると言うのは不謹慎かもしれない。しかし量子力学誕生後3/4世紀経った現在の若者が、先輩と

同じように悩み苦しむ必要は全くないのである。

中学生のとき数学の教師からつぎの話聞いたことがある。「宝石の鑑定士を養成するのにいろいろの石を見せて、これは本物、これは偽物、...とやるといつまで経っても上達しない、本物だけを、これは本物、これも本物、...と見せると、本物のパタン認識が形成され、偽物を排除できるようになる。」事実かどうか宝石屋に確かめたことはないが、多分事実であろう。これは教育の本質である。ネガティブなことは教えないのがよいのである。こうやったら駄目になる、こうすれば難しくなる、などと教えてはいけない。そこで、先輩がどうして量子物理を難しくしてしまったか、如何にやさしく教えるべきかを考える。

3 質点と場

出発点は電子が質点か場か、である。質点とは時刻 t を独立変数とし、位置と呼ばれる関数 $x(t)$ で表されるものであり、場は空間座標 x 、時刻 t の多変数関数 $\phi(x, t)$ である。電子をどちらの形式で記述すべきか。私たちは答えを知っているので先回りして言えば、電子は量子化された場である。単なる場でないので話が複雑になる。別の言い方をすれば、電子は質点でも場でもどっちでもよいのである。Diracの変換理論によると両方の表し方はたがいにユニタリー変換で結ばれているので、内容は同じである。しかし理論形式は全く違う。質点でやるには、 $x(t)$ は実数ではなく非可換代数(Diracの言うところの q -数)でなければならない。これは「難しい」理論である。一方場ならば、結局は第二量子化で非可換量となるのだが、一体問題あるいは電子線のような低密度の場合は古典場でよく、かなりの現象が易しく理解できる。したがって電子は場でやるべきである。これが主張したいことである。

先に進む前に寄り道をして「粒子」について一言。しばしば電子は粒子か波かとの問いかけをきく。粒子とは何か。常識では、それは米粒のように小さい拡がりをもった塊である。拡がりの大きさが無視できるならば質点である。しかし微視的尺度では拡がりがゼロということはいえぬ。むしろ大きい。高エネルギー物理では素粒子は確定した運動量、エネルギー p, E をもち、

$$(E/c)^2 - p^2 = m^2 c^2$$

を満たすものとして定義される。すなわち、この粒子は運動量が確定しているので（微視的には）無限に広がった平面波である。このようにミクロの世界では粒子とは一つ二つと数えられる波のことであって、局在したものと言う意味はない。粒子か波かという問いは意味をなさない。質点か場かと問うべきである。常識（マクロの世界）の粒子とかけ離れてしまったので区別するため、波の塊を、粒子でなく波子 (wavecle) と呼ぼうと言う提案があったそうだが、語路も悪く使う気になれない。

先輩のたどった路をなぞる。一世紀前陰極線（電子線）が発見され、それが電界、磁界で曲がることが認められた。これは $-e, m$ の電荷、質量を持つ質点の流れとして説明できる。こうして電子は Newton 力学の質点と思いこんでしまった。しかしこの他の現象は Newton の質点では理解できなかった。水素をはじめ原子からの光は無数個の離散スペクトルからなる。発光は荷電体の振動によるのだが、質点系の安定点まわりの固有振動は自由度の数しかない。第一、荷電多粒子系に安定点など無いはずである。定量的には、原子スペクトルは Ritz の法則に従う。簡単に言えば、スペクトルの振動数はつねに二つの項の差として、

$$\nu_{nm} = T_n - T_m,$$

と表される。これも Newton の質点では理解できない。

そこで先輩は結論した。Newton 力学はミクロの系では破綻を来した。古典物理から離れて新しい力学を作らなければいけない、と。こうして質点と言う考えを保ったまま原理を変えようとしたので、難しい量子力学へとなってしまうのであった。

しかし、Newton 力学は矛盾のない理論体系で、決して破綻するものではない。破綻したのは電子を質点としたことである。当然他の可能性、場を考えるべきであった。そうしなかったのはなぜだろうか。電荷を持つ波、つまり場の振動が電荷を持つことが考えにくかったというのは一つの可能性である。たしかに、実数の場は電荷をもてない。複素数の場が電荷をもてるのである。そこで複素場の例を考えてみたい。

4 弦の振動・回転

場として最も簡単なのは弦の振動であろう。長さ L 、線密度 σ の弦を張力 T で張り、弦の方向に x 座標、これに直交して y, z -軸をとる。弦の y -方向の触れ幅を $u(x, t)$ とすると、

$$K = \frac{\sigma}{2} \int_0^L \dot{u}^2 dx,$$

$$U = T \left\{ \int_0^L \sqrt{1 + u'^2} dx - L \right\} = \frac{T}{2} \int_0^L u'^2 dx,$$

$$\frac{1}{c^2} \ddot{u} = u''.$$

全エネルギー $E = K + U$ は保存される。これ以外の保存量はない。

ところで弦は z -方向にも振動できる。つまり、縄跳びの縄のような運動もする。 z -方向の振幅を $v(x, t)$ とすれば、 v に対し u と同じ方程式が得られる。このような場合の常套手段としてつぎの複素振幅を導入する

$$\psi(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2}}(u + iv).$$

つまり弦の x 点に垂直な y, z -面を複素平面とし、それを弦が貫く点を $\sqrt{2}\psi(x)$ とする。

$$\frac{1}{c^2} \ddot{\psi} = \psi'',$$

$$E = K + U = \int (\sigma \dot{\psi}^* \dot{\psi} + T \psi'^* \psi') dx.$$

$e^{i\alpha}\psi$ は複素面の座標を α だけ回したもので、物理的には ψ と変わらない。この不変性から保存流が得られる。

$$\rho = i\sigma(\psi^* \dot{\psi} - \dot{\psi}^* \psi),$$

$$j = ic^2\sigma(\psi'^* \psi - \psi^* \psi'),$$

$$\dot{\rho} + j' = 0, \quad Q = \int \rho dx = \text{const.}$$

保存量 Q は x -軸まわりの角運動量である。

$$\psi = e^{-i\omega t} \varphi(x),$$

は定常状態（固有状態）で、定在波 $\varphi(x)$ がぐるぐる回っている。角振動数 ω は φ の固有値問題を解いて得られる。 $E = Q\omega$ の関係が成り立つ。

この振動が空気をかき回して音を発生させるのが弦楽器だが、図1のような楽器を作ってみよう。弦の一端を固定せずに x -方向にわずかに弾性的とし、そこにスピーカーのコーンを付ける。私の子供の頃、このようなおもちゃ、すなわち、筒の一端にパラフィン紙を張り、中央に糸を張り付けて電話ごっこをしたものだ。コーンは張力の x -成分の力を受けるので、振動板はそれに比例して振動し、音波を出す。

$$T_x = T\{1 - \psi'^*(L, t)\psi'(L, t)\},$$

である。弦からの発音は無視する。

弦が振動数 ω_1 の定常状態 ψ_1 にあるときは T_x は定数だから音は出ない。これに ω_2 ($\omega_2 < \omega_1$) の定常状態 ψ_2 がわずかに (ϵ) でも混ざると

$$T_x = A + \epsilon B \cos(\omega_1 - \omega_2)t,$$

の形になり、振動数 $\omega_1 - \omega_2$ の音が出る。音波の放出で弦のエネルギーが失われるが、角運動量 Q は不変である。はじめ $Q\omega_1$ のエネルギーをもっていた状態 ψ_1 は振幅が減り、 ψ_2 の割合が増し、終いにはエネルギー $Q\omega_2$ の ψ_2 になってしまう。すなわち、この楽器では ψ_n が ψ_m に遷移して $\omega_n - \omega_m$ の振動数、全部でエネルギー $E = Q(\omega_1 - \omega_2)$ の音を出す。これは Ritz の法則である。戯れに $Q = \hbar$ ととると、なにやら見慣れた式になる。

5 原子スペクトルと光電効果

前節で調べた複素場と波動媒質との結合についての演習問題を思い出しながら、一世紀前に戻る。原子スペクトルについての実験事実は、まさに電子が場であることを示している。位相変換で不変な複素場は保存する流れが定義できるので、これを電荷密度、電流密度とする。場は自由度無限大なので、無限個の固有振動をもつ。電荷、電流密度が（時間に関しては） $\psi^*\psi$ の形ならば、その振動で生じる光の振動数は Ritz の法則に従う。こうして Newton の質点では駄目だったことがすべてうまくいく。電子流が電磁界で曲がることは期待できるが、正しく曲がるように波動方程式を定めればよい。

電子が質点ならば、 $ex(t)$ が電気双極子として電磁界と結合するので、 x の振動がそのまま光の振動数となる。光のスペクトルが無数にあるので、 x もそのように振動しなければならない。Heisenberg はすべての振動を（行列要素に）書き並べると言う荒業で難しい量子力学を作ったのであった。

光放出の逆過程は光の吸収であり、Ritz の法則に従う振動数の光が原子に吸収される。電子の終状態が電離状態（連続固有値に属する状態）のときは光電効果である。すなわち、これは複素場の電子でうまく説明できるのであって、光電効果は電子が電離状態でも場である証拠といえる。しかし 1904 年 Einstein は光電効果に対し電子を波とせず、エネルギー $h\nu$ の光量子を導入して説明した。たしかに $h\nu$ が吸収されればエネルギー保存からしかじかのエネルギーの電子が放出されることになる。現在多くの教科書で光電効果を光の量子性の証拠としてあげている。本当にそうだろうか。現在の解釈では光電効果はつぎのようである。振動数 ν の電磁波が入射し、 ν から仕事関数（結合エネルギー）分だけ引いた振動数の電子波が放出される。検出器にはそれぞれの確率で電子が観測される。この際光の量子性は、入射波が極端に弱いとき以外問題にはならない。光の放出吸収では自発的放出 (spontaneous emission) だけが量子効果であり、大部分が古典論でいくのである。

Einstein が光量子で光電効果を説明したのは、光の量子性の発見、確認と言う意味で重要な仕事である。しかしこれにより電子は Newton の質点でよいということになってしまったので、物理が変な方に進んでしまった。すなわち、Bohr の古典量子論、Heisenberg の荒業と無駄道を踏むことになった。もし Einstein が量子性を後回しにし、電子を古典場にしたら、おそらくすぐに Schrödinger 方程式相当のものがつくられ、量子物理は 20 年早く完成しただろう。

6 de Broglie 波

質点電子の量子論が苦闘しているとき、de Broglie が電子は波だと言いだした。波ならば干渉、回折するはずだが、結晶による回折像が得られ（図 2）、波動性が確認された。事態は急転直下である。相対性理論によれば、電磁界と結合する複素場の方程式は、スピンを無視する限り一義的に決まる (Klein-Gordon 方程式)。それを波数が小さい場合の非相対論近似をしたものが Schrödinger 方程式である。こうして電子の方程式は確立した。

しかし当時の先輩の多くは依然電子は質点であると考えており、波動関数 ψ の意味づけに苦慮したようである。これが量子物理を難しくした。ある本にはこう書いてあった。「波動関数は実在の波ではない。なぜなら、2 体問題では 6 次元空間の波動である。」たしかにその通りだが、今は 1 体問題を考えているので、多体問題は後回しである。低密度の電子線（1 体問題）の回折像を X 線のと比較してみると全く同じである（図 2, 3）。電子波が電磁波と同じように空間を伝搬し、格子で散乱され、検出板に像を造ることがわかる。いわゆる実在の波以外の何者でもない。

Heisenberg は、電子は質点だが、その位置、運動量を精確に測れないと考えたようである。しかし質点をそのような難しいものとするより、不確定性関係は、波の塊を近似的に質点と見ることの限界を表すものとするのがよい。波束を点で近似することは容易だが、点を融かして波にするのは思想的努力を要する。Dirac も歯切れが悪い。こちらの読み方が悪いのかもしれないが、電子は（低密度だから線形の）波であると言えば重畳原理など述べる必要はなかったのだ。また波動関数が複素である理由をくどく述べているが、保存電荷を定義するためと言えばよいのではないか。やはり彼にとって電子は質点であり、波動関数は場ではなく、位置 x を対角線にする表示であった。Feynman は電子の位置だけでなく道筋を融かそうとした。その結果得られた経路積分は数学でも物理でも重要な考えだが、量子物理の入門に適さないのは万人が認めている。彼自身も「わ

からなかった」のだ。Feynman が晩年場の理論に傾倒していった（もちろん他のこともやったが）のは、それまでの彼の独特な行き方に満足できなかったからだろうか。

節の終わりに Louis Victor de Broglie のことを書いてみたい。彼は変わった人物である。名前から言って貴族の出なのだろうが、はじめ歴史学を勉強した。のち物理に転向し、31才で学位論文 “Recherches sur la Théorie des Quanta” を書いた。それが物質波の考えである。これによりノーベル物理学賞を得、フランス物理学界にボスとして君臨するのだが、物理学上の業績は他に見るべきものがない。いくつかのことを考えさせる。20年ものあいだ電子が波であると誰も言い出せなかったのに、いわば部外者の彼ができたのはなぜか。物理教育段階ではきれいな、整った理論を教えるべきなのだが、研究者はそれを疑うことも必要である。当時の物理屋はこの精神に欠けていたのか。

もう一つ、物理学における革新は、天才という人種が成し遂げるのではなく、たまたま革新的アイデアが浮かんだ者を天才というのだろう。確率の問題である。もちろん、籤に当たるには籤を買わなければいけない。革新のためにはかなりの勉強と努力をしなければならぬが、後は運である。

7 量子物理

こんにち原子物理すなわち量子物理を教え、学ぶにはどうしたらよいか。多くの教科書で電子は質点として話を始めるようである。q-数の $x(t)$ を扱う Heisenberg の行列力学はいまは全く用いられないが、そのかわり Schrödinger 表示が用いられる。すなわち、波動関数は導入するが、それに時間的変化を受け持たせ、ある時刻では質点 x, p (運動量) を扱う。これも q-数理論で難しい。そもそも量子力学という言葉がよくない。これには Newton 力学を量子化しました、と言う響きがあり、質量 m などという字も出てくるので、学生は質点を頭に描いて身構えてしまう。これが理論を難しくする。

つぎのようにしたらどうだろうか。原子スペクトル、光電効果の実験事実から電子が原子内でも外でも複素場であることが予想され、電子線回折実験で波動場であることが確かめられる。その方程式を決めるには、まず Schrödinger 方程式を書いて、それが種々の要求を満たすことを示せばよいだろう。これで一体問題に関する限るうまくいく。量子性、多体問題は後回しである。電磁気の場合、光の量子性が Maxwell より前に発見されていたらどうなっただろうか。もちろん苦労の末方程式は出来ただろう。その際量子性は後回しにしたはずである。

以上で基本原理はお終いだが、付けたりとして多少の数学的変形操作が必要である。Schrödinger 方程式を解くのに別の表示、すなわち運動量表示とか、ハミルトニアンを対角線にする表示などに移るのがよいことがある。一般化して複素波動関数でなく、無限次元複素線形空間を扱う。それを実行する際に、位置、運動量などと名付けられた演算子を使うと便利である。対応原理により、Schrödinger 方程式は Newton 質点の力学系に対応しているからである。しかしこれは Schrödinger 方程式を数学的に変換しただけであって、物理の問題は全くない。電子を実は質点であるとして、その位置などを上記の演算子に結びつけようとすれば難しくなるだけである。数学的変形で出来上がった形式は「量子力学」(ただし1体問題)と呼ばれるものだが、これはまだ量子性が入っていない古典論である。これをはっきりさせるには Schrödinger 方程式を、両辺を \hbar で割って、 $(m/\hbar), (e/\hbar)$ というパラメータで書けばよい。 m, e は1量子の質量、電荷で、アボガドロ数に逆比例するミクロの量だが、これを1量子の角運動量 \hbar で割ったものはマクロの量である。方程式に量子を示唆するものは何もない。

以上が古典物理で、ここで古典論から離れて量子物理へ進む。実験によれば電子場の電気量は $-e$ の整数倍に限る。この量子性は、電子の電荷を測る実験装置が無小ではなく、やはり電子から出来ているということと関係しているのだが、そのような説明が無くても納得できるものである。物質が連続体ではなく、原子から出来ていることは、二千年前の哲人でも考えついたことである。

しかしある領域内の Schrödinger の電荷 $-e \int \psi^* \psi dx$ は連続量である。これと素量 $-e$ とはどう関係づけるか。物理的に分割できないものを多くの人に分けるにはどうしたらよいか。これも大昔からわかっている。籤引きをすればよい、つまり確率を分配するのである。このやり方が公平であること、つまり矛盾を生じないことは確立している。このように、電荷密度 $\psi^* \psi$ の確率解釈は入門者にも容易に理解できるものである。

多体問題は場を第2量子化(実は初めての量子化)して扱う。電磁場の量子化は容易である。電磁界をフーリエ展開して場を調和振動子の集団とし、それを第1量子化すればよい。光量子から出発して同種粒子、対称統計の原理を導入するよりはるかに自然である。私が初めて第2量子化された電磁場にたどり着いたとき、なるほど波、粒子の二重性とはこのことであつたかと目から鱗の落ちる思いであつた。

電子場の第2量子化も電磁場のと同様に行えばよいが、交換関係でなく反交換関係にしなければいけない。これは陽電子のエネルギーを正にするため絶対に必要なのだが、反粒子の出でこない非相対論的 Schrödinger 理論では、一つ入れば満員という Pauli の排他原理を導くものとして受

け入れることが出来る。

量子化は古典物理からさらに進んだ新しい概念で、戸惑う入門者もいるかもしれない。しかしここに来るまでに、電子の一体問題として原子物理のかなりの部分は片づいているのである。これに反し質点電子の量子力学ではこの始まりから非古典物理となってしまう。物理学会誌の解説執筆の要領として、易しくわかるように書かなければいけない。しかし7割程度まで来たら難しく、わからなくなってもよい。それでも読者は満足感が得られる、とある。電子場の量子物理はこの基準を満たすが、質点電子では失格となる。

8 観測の理論

この節は余計である。観測の理論は半ば哲学であり、物理をやる若者は真剣に考えなくてよい。しかし年寄りも別である。理論物理屋が年をとったらやるのが三つあると言われる。Do politics, do philosophy, or do nothing (あるいは do nonsense) だそうである。そこで年寄りが哲学的めいたことを少し考えてみる。

波動関数の確率解釈、すなわち観測結果が確率でしか予測できないことを、そんなはずはない、神がサイを振るはずがないと反対した人がいたそうである。それに対する答えは確立している。Schrödinger 方程式は時刻について一階の微分方程式で、ある時刻の状態を決めれば将来の状態は決まるという意味で完全に因果的である。神はサイなど振らない。しかし人間は振る。ある時刻の状態を完全に測っても、将来の測定結果は確率でしか予言できない。それでよいのではないか。ある人間の将来がすべて予言でき、どここの大学の講師になって何才で死ぬと決まっているならば、生きていてもつまらないであろう。さらに、何月何日何時に交通事故で死ぬとわかっていてもそれを止めることが出来ないとしたらおかしなことである。この、自分が自分自身を測るというブートストラップが量子性、確率解釈と関係あるはずだが、それを考えるのは面白い。あるところまでは物理かもしれない。

観測によって系が乱されるというように、観測装置も量子力学系に組み入れることもあり得るが、どこかで観測がなければならぬ。測定する人間までも量子物理系に入れてしまうと、客観的な理論にならなくなってしまう。観測の物理は von Neumann によって数学公理的に形式化されている。それによると状態 ψ で物理量 A を測るとは、 ψ を A の固有状態に投影する作業で、 A の期待値は $(\psi^\dagger A \psi)$ で与えられると言うものである。これで物理としての観測の理論は矛盾なく完成しているはずである。

9 教科書

電子は波であると講義をしても、一部の、先入主にとらわれた学生は納得しない。先生はああ言ったが、この本にはこう書いてあるという。丁寧に説明しても彼らは活字になったものは正しいと思いこんでいるので始末が悪い。対抗上こちらでも量子物理の本を書くことにしたのだが、まだ書いていない。何とかしなければいけない。

その前に高校で、電子は粒子であるが波の性質も持っている、などと教えられると、若い生徒はどのような像を描いてよいか困ってしまう。まじめに考えておかしな描像にはしてしまいかねない。怪しげな記述はさけるべきである。だいぶ前、高校の物理教科書を執筆する機会があった。ある出版社が、教科書を全面改定するので原子物理の章を書けというのである。張り切って、電子は波であって…と書いたところ編集会議で反対されてしまった。現場の先生方が、こんな教え方は出来ない。文部省の指導要領に、電子の(波と粒子の)二重性を教えろと書いてある、というのである。文部省がそんな細かいことに口出す必要はないと思ったのだが、強引に抵抗するのが不適切なのは明らかであった。結局電子は粒子でもあり、波でもあるといった不本意なものになってしまった。そのせいでもないがこの教科書はあまり売れなかった。

二重性などという言葉は、その意味が数学的に定義されているのでない限り、科学で使うべきではない。問題提起としてなら良いが、結論として教えるてはいけない。高校教育の指導要領に関係される各位に検討をお願いしたい。もっとも高校の物理教育はもっと根本的な問題を抱えている。微分、積分を使わない物理を教える意味があるかどうかである。私は意味がないと思う。微積分を使って教えるべきである。

名古屋大学の服部哲弥氏と神奈川大学の石岡俊也氏に原稿を読んでいただき、有益な助言を頂いた。感謝申し上げます。

図1. 遷移型弦楽器

図2. 白色スズによる電子線回折像 (powder method). 波長約 4 pm.

図3. 同じく X線回折像。ハレーションを避けるため、中心部分に障害物を置いてある。波長約 150 pm. 図2と環の大きさがほぼ同じになるように図示してある。

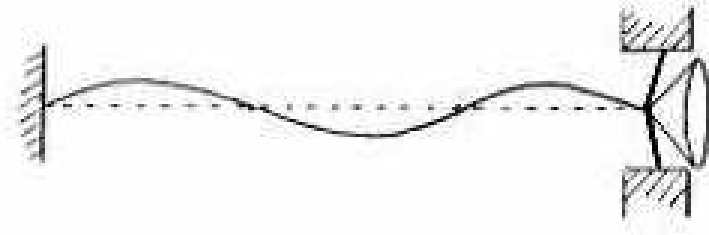


図 1



図 2 宮沢監訳：量子物理 上（丸善,1972）p.225 より修正転載。
原写真はバークレーの W. Heins と W. Knight による。



図 3 同上。原写真はバークレーの George Gordon による。